

# shake! 2022

## Official Solutions

출제, 검수 및 후원에 참여해주신 모든 분들께 감사의 말씀을 올립니다.

**운영**

- ✓ 김현빈 akim9905 아주대학교
- ✓ 심지수 rlj1202 아주대학교

**출제**

- ✓ 김민겸 39d11 인하대학교
- ✓ 김현빈 akim9905 아주대학교
- ✓ 박준성 rasauq1122 한양대학교 ERICA
- ✓ 오해성 deuslovelt 성균관대학교
- ✓ 이현재 leeh18 성균관대학교

검수

✓ 김동규 eaststar

KAIST

✓ 김민상 tony9402

송실대학교

✓ 주감동 jthis

국민대학교

주관



Ajou University  
Algorithm Assosiation  
Analyze N' Solve It

주최



아주대학교 | SW중심대학사업  
AJOU UNIVERSITY | National Center of Excellence in SW



아주대학교 LINC<sup>3.0</sup>사업단  
AJOU UNIV. Leaders in INdustry-university Cooperation 3.0

후원







문제	의도한 난이도	출제자
<b>A</b> 팝핀 소다	<b>Easy</b>	김민겸 <sup>39d11</sup>
<b>B</b> 지수를 더하자	<b>Easy</b>	김현빈 <sup>akim9905</sup>
<b>C</b> 굉장한 모비스터디	<b>Medium</b>	김현빈 <sup>akim9905</sup>
<b>D</b> 버튼 정렬	<b>Medium</b>	박준성 <sup>rasauq1122</sup>
<b>E</b> 개구리와 퀴리	<b>Medium</b>	오해성 <sup>deuslovelt</sup>
<b>F</b> 문자 연금술	<b>Medium</b>	김민겸 <sup>39d11</sup>
<b>G</b> 견우와 직녀	<b>Hard</b>	박준성 <sup>rasauq1122</sup>
<b>H</b> 경우의 수	<b>Hard</b>	이현재 <sup>leeh18</sup>
<b>I</b> 숲 속의 과학자	<b>Hard</b>	이현재 <sup>leeh18</sup>
<b>J</b> 송유관 I	<b>Challenging</b>	오해성 <sup>deuslovelt</sup>
<b>K</b> 끝말잇기	<b>Challenging</b>	이현재 <sup>leeh18</sup>
<b>L</b> 송유관 II	<b>Challenging</b>	오해성 <sup>deuslovelt</sup>

## A. 팝핀 소다

greedy, math

출제진 의도 - **Easy**

- ✓ 제출 84번, 정답 38명 (정답률 45.238%)
- ✓ 처음 푼 사람: **김태오**, 3분
- ✓ 출제자: 김민겸<sup>39d11</sup>

## A. 팝핀 소다

- ✓ 이 문제의 대회는 참가자가  $N$  명인 토너먼트로 생각할 수 있습니다.
- ✓ 이변이 없다면, 시은이는 하위 라운드에서 항상 자신이 이기는 사람과 대결해야만 최대 승리가 가능합니다.
- ✓ 이 경우, 시은이가 이기는 최대 대결 횟수는  $\lfloor \log_2 K \rfloor$  번입니다.

## A. 팝핀 소다

- ✓ 이변이 있는 경우, 하위 라운드에서 이길 수 있는 사람들을 이긴 후 이변을 시은이가 상위 라운드에서 승리할 때 써야 최적입니다.
- ✓ 이변을 시은이보다 탄산 내성이 낮은 어떤 사람  $a$ 에게 사용하여  $b$ 를 이기게 하여 최대 승리를 늘리는 전략은 시은이가 이변을 이용하여  $b$ 를 직접 이기게 하는 전략보다 항상 손해입니다.
- ✓ 따라서 시은이가 이기는 최대 대결 횟수는  $\min(\lfloor \log_2 K \rfloor + M, \log_2 N)$  번입니다.

## B. 지수를 더하자

math, number theory

출제진 의도 - **Easy**

- ✓ 제출 58번, 정답 30명 (정답률 51.724%)
- ✓ 처음 푼 사람: **장민우**, 11분
- ✓ 출제자: 김현빈<sup>akim9905</sup>

## B. 지수를 더하자

- ✓ 만약  $p_j$  가  $i$  의 약수가 아니라면,  $a_j = 0$  입니다.
- ✓ 만약  $p_j$  가  $i$  의 약수라면,  $a_j$  의 최댓값은  $i$  가 가지고 있는  $p_j$  의 개수입니다.
- ✓ 따라서  $b_i = "i$  가 가지고 있는  $p_j$  의 개수들의 합" 입니다.

## B. 지수를 더하자

- ✓ 정답은 집합  $P$ 의 원소 각각이  $K$ 보다 작거나 같은 수에 몇 번 들어가게 되는지를 더해주면 됩니다.
- ✓ 정리하면,  $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left\lfloor \frac{K}{p_i^j} \right\rfloor$  입니다.
- ✓ 시간복잡도는  $\mathcal{O}(N \log K)$  입니다.

## C. 굉장한 모비스터디

graph

출제진 의도 - **Medium**

- ✓ 제출 139번, 정답 15명 (정답률 10.791%)
- ✓ 처음 푼 사람: **정상준**, 31분
- ✓ 출제자: 김현빈<sup>akim9905</sup>



## c. 굉장한 모비스터디

- ✓ 문제를 요약하면, 주어지는 세 번의 그래프에서 모두 같은 컴포넌트에 속하는 노드들을 찾는 것과 같습니다.
- ✓ 노드를 기준으로 생각하지 말고, 그래프의 컴포넌트를 기준으로 생각해봅시다.  
 $a$  번 컴포넌트에 속한 노드는  $b$  번 컴포넌트의 노드와 겹치지 않습니다.
- ✓ 즉 임의의 노드  $u$  와  $v$  가 세 번의 그래프에서 속한 컴포넌트의 번호가 하나라도 다르다면,  $u$  와  $v$  는 굉장한 모비스터디일 수 없습니다.

## c. 굉장한 모비스터디

- ✓ 각 직원이 세 번의 스터디에서 속한 컴포넌트의 번호를 tuple과 같은 자료구조로 관리해주면 됩니다.
- ✓ 이때 map과 같은 자료구조를 사용해 세 그래프에서 컴포넌트 번호를 저장하는 tuple을 공유하는 노드들을 관리할 수 있습니다.
- ✓ 시간 복잡도는  $\mathcal{O}((M_1 + M_2 + M_3) + N \log N)$ 입니다.

## D. 버튼 정렬

Ad-Hoc

출제진 의도 - **Medium**

- ✓ 제출 174번, 정답 18명 (정답률 10.345%)
- ✓ 처음 푼 사람: **장민우**, 35분
- ✓ 출제자: 박준성<sup>rasauq1122</sup>

## D. 버튼 정렬

- ✓ Naive한 솔루션은  $\mathcal{O}(NK)$ 입니다. 이는 시간초과를 받습니다.
- ✓ 수열이 최초로 정렬된 이후에는 버튼을 누르는 횟수에 주기성이 생깁니다.
- ✓ 이제 수열이 최초로 정렬되기 위해서 버튼을 몇 번 눌러야하는지만 알면 됩니다.

## D. 버튼 정렬

## 수열의 최초 정렬

- ✓  $a_i > a_{i+1}$  을 만족하는  $a_i$  중 가장 큰 값을  $x$  라고 가정해봅시다.
- ✓ 수열의 모든 원소가  $x$  가 될 때 까지 버튼을 누르면 수열이 최초로 정렬한 상태가 됩니다.
- ✓ 원래 수열에서  $a_i > a_{i+1}$  을 만족하는 모든  $i$  에 대하여  $a_i = a_{i+1} = x$  가 되기 때문입니다.
- ✓ 그보다 버튼을 덜 누르게 되면  $a_i = x > a_{i+1}$  를 만족하는  $i$  가 항상 존재합니다.

## D. 버튼 정렬

## 주기성 활용

- ✓ 수열의 원소 중 최솟값을  $x$ , 그 다음으로 작은 값을  $y$ , 값이  $x$  인 원소의 개수를  $p$  라고 합시다.
- ✓ 값이  $x$  인 원소가 모두  $x + 1$  로 바뀌어야 수열이 정렬한 상태가 되며 그때 버튼을 추가로 하는 횟수는  $p$  번입니다.
- ✓ 값이  $x$  인 원소가 모두  $y$  로 바뀔 때까지 즉 버튼을  $(y - x) \times p$  번 누를 때까지  $p$  번 누를 때마다 수열이 정렬한 상태가 됩니다.
- ✓ 버튼을  $(y - x) \times p$  번 누르고 난 후  $x, y, p$  의 값을 다시 구하여 이 과정을 반복합니다.

## D. 버튼 정렬

- ✓ 앞선 두 단계 모두  $\mathcal{O}(N)$  입니다.
- ✓ 따라서 시간 복잡도는  $\mathcal{O}(N)$  입니다.

## E. 개구리와 퀴리

offline\_query, prefix\_sum

출제진 의도 - **Medium**

- ✓ 제출 71번, 정답 14명 (정답률 19.718%)
- ✓ 처음 푼 사람: **장민우**, 52분
- ✓ 출제자: 오해성<sup>deuslove1t</sup>



## E. 개구리와 퀴리

- ✓ 각각의 개구리에 대한 퀴리마다 최대 한번의 점프만 할 수 있을 때 우측 끝까지 도달하는 최소 경로 값을 구하는 문제입니다.
- ✓ 점프를 한다고 가정하면 두개의 가로 선분을 적절히 그어 선분에 적힌 값의 합을 최소화 하는 문제로 생각할 수 있습니다.
- ✓ 2차원 배열을 각 행마다 역순으로 누적합 시키면 배열의 적힌 값은 이 지점에서 선분을 그었을 때의 비용이 됩니다.

## E. 개구리와 퀴리

- ✓ 다시 말해, 시작지점에서 우측으로 이동하면서 어느 지점에서 얼마나 뛸 지를 결정하는 문제가 됩니다.
- ✓ 행마다 역순으로 누적합 시킨 2차원 배열을 자신과 같은 열에 속하면서 위에 있는 값들의 min 값으로 갱신하면 배열에 적힌 값을 통해 어떤 지점에서 점프하였을 때 얻을 수 있는 최소비용을 즉시 구할 수 있습니다.
- ✓ 언제 뛰어어야 될지에 대한 물음은 직접 우측으로 이동시키면서  $\mathcal{O}(N)$  에 처리하면 됩니다.
- ✓ 따라서  $\mathcal{O}(QN)$  에 해결할 수 있습니다.

## F. 문자 연금술

case\_work, constructive

출제진 의도 - **Medium**

- ✓ 제출 15번, 정답 3명 (정답률 20.000%)
- ✓ 처음 푼 사람: **박세훈**, 177분
- ✓ 출제자: 김민겸<sup>39d11</sup>

## F. 문자 연금술

- ✓ 길이가  $S$ 인 문자열이 가질 수 있는 가치의 최댓값은  $\frac{S(S-1)}{2}$  입니다.
- ✓ 따라서, 가치가  $\frac{S(S-1)}{2}$  인 문자열을 찾는 것이 항상 최적입니다.
- ✓ 해당 가치를 가지는 문자열이 없다면 가능한 한 큰 가치를 가지는 문자열을 찾아야 합니다.
- ✓ 다양한 풀이 방식이 있으며, 그 중 하나를 소개합니다.

## F. 문자 연금술

- ✓ 먼저,  $N$ 이  $M$ 보다 큰 경우  $N$ 과  $M$ 을 서로 바꿔서  $N \leq M$ 임을 항상 보장할 수 있습니다.
- ✓ 케이스를 나눠 문제를 해결합니다.

## F. 문자 연금술

 $M = N$ 인 경우

- ✓ 모든 거리를 커버할 수 있는 ( $N = 4, M = 4$ ) 문자열을 하나 찾습니다. (ex. `bbaaabab`)
- ✓ 여기에  $N, M$ 이 증가할 때마다 `ab`를 뒤에 붙여주면 무조건 최대 가치를 가지는 문자열을 찾을 수 있습니다. (ex. `bbaaabababab`)

## F. 문자 연금술

 $M = N + 1$ 인 경우

- ✓ 모든 거리를 커버할 수 있는 ( $N = 3, M = 4$ ) 문자열을 하나 찾습니다. (ex. `bbaabab`)
- ✓ 여기에  $N, M$ 이 증가할 때마다 `ab`를 뒤에 붙여주면 무조건 최대 가치를 가지는 문자열을 찾을 수 있습니다. (ex. `bbaabababab`)

## F. 문자 연금술

$M > N + 1$ 인 경우

- ✓  $N$ 이 3 이상일 경우 `baaa...abb...b` 형태로 문자열을 구성하면 무조건 최대 가치를 가지는 문자열을 찾을 수 있습니다.



## F. 문자 연금술

- ✓ 위 방법으로는  $N$  과  $M$  이 모두 3 이하일 경우 답을 찾을 수 없습니다.
- ✓ 따라서, 범위가 작을 경우에는 가능한 모든 경우를 만들어 답을 찾습니다.
- ✓ 이것은 `next_permutation` 등으로 간단하게 구현할 수 있습니다.

## G. 견우와 직녀

dfs, dynamic\_programming

출제진 의도 - **Hard**

- ✓ 제출 40번, 정답 11명 (정답률 27.500%)
- ✓ 처음 푼 사람: **장성혁**, 50분
- ✓ 출제자: 박준성<sup>rasauq1122</sup>

## G. 경우와 직녀

- ✓  $E$ 의 정점  $a$ 와  $W$ 의 정점  $b$ 가 연결되어 있다고 가정해봅시다.
- ✓  $u \in E$ 이고  $u$ 와  $v \in W$ 인 임의의 두 정점  $u$ 와  $v$  사이의 거리  $dist(u, v)$ 는  $dist(u, a) + 1 + dist(b, v)$ 입니다.

## G. 경우와 직녀

✓ 식을 정리합시다.

$$\begin{aligned} & \sum_{u \in E} \sum_{v \in W} \text{dist}(u, v) \\ &= \sum_{u \in E} \sum_{v \in W} (\text{dist}(u, a) + 1 + \text{dist}(b, v)) \\ &= \sum_{u \in E} (M \times \text{dist}(u, a) + M + \sum_{v \in W} \text{dist}(b, v)) \\ &= M \times \sum_{u \in E} \text{dist}(u, a) + N \times \sum_{v \in W} \text{dist}(b, v) + M \times N \end{aligned}$$

## G. 경우와 직녀

- ✓  $\sum_{u \in E} \sum_{v \in W} dist(u, v)$  는  $\sum_{u \in E} dist(u, a)$  와  $\sum_{v \in W} dist(b, v)$  가 각각 최소라면, 최솟값을 가집니다.
- ✓ 트리  $T$  에서  $\sum_{t \in T} dist(k, t)$  가 최소가 되도록 하는  $k$  는 DFS를 통해 구할 수 있습니다.
  1. 트리  $T$  의 정점  $u$  에 대하여  $S_u = \sum_{t \in T} dist(u, t)$  를 구합니다.
  2.  $u$  의 자식 정점을  $v$  라고 할 때  $S_v$  는  $S_u$  의 값을 이용해 구할 수 있습니다.

## G. 경우와 직녀

- ✓ 임의의 정점  $t$ 에 대하여 다음 식 중 하나가 반드시 성립합니다.
- $dist(u, t) = dist(u, v) + dist(v, t)$
  - $dist(v, t) = dist(u, v) + dist(u, t)$

## G. 경우와 직녀

- ✓ 위 사실에서 다음과 같은 식을 관찰할 수 있습니다.

$$\begin{aligned} S_v - S_u &= \sum_{t \in T} (dist(v, t) - dist(u, t)) \\ &= |subtree(v)^c| \times dist(u, v) - |subtree(v)| \times dist(u, v) \end{aligned}$$

- ✓  $E$ 와  $W$ 에서 DFS를 각각 수행해야 하므로  $O(N + M)$ 에 문제를 해결할 수 있습니다.

## H. 경우의 수

combinatorics, dynamic\_programming, generating\_function

출제진 의도 - **Hard**

- ✓ 제출 9번, 정답 1명 (정답률 11.111%)
- ✓ 처음 푼 사람: **박세훈**, 230분
- ✓ 출제자: 이현재<sup>leeh18</sup>



## H. 경우의 수

- ✓ 정수 집합  $X$  가 주어질 때  $\prod_{1 \leq i \leq N} r_i = k, r_i \in X$  인  $(r_1, r_2, \dots, r_N)$  의 개수가  $f(k)$  입니다.
- ✓ 이때  $f(1), f(2), \dots, f(K)$  를 구하는 문제입니다.
- ✓ 이 문제는 DP 또는 생성함수로 해결할 수 있습니다.

## H. 경우의 수

**DP 풀이** - 집합  $X$  에 수 1이 없는 경우

- ✓  $r_1 \times r_2 \times \cdots \times r_n = k$ 인 경우의 수를  $dp[n][k]$ 라고 합니다.
- ✓ 2 이상의 정수를  $n$ 개 곱하면  $2^n$  이상이므로  $N \leq \lfloor \log K \rfloor$ 인 입력만 고려하는 것으로 충분합니다.
- ✓  $x \in X$ 인  $x$ 에 대해 DP 전이는  $dp[n+1][xk] \leftarrow dp[n][k]$ 입니다.
- ✓ DP 상태의 개수  $\mathcal{O}(K \log K)$ 와 전이 횟수를 Harmonic Lemma를 고려하여 생각하면 시간복잡도는  $\mathcal{O}(K \log K \log K)$ 입니다.

## H. 경우의 수

DP 풀이 - 집합  $X$  에 수 1 이 있는 경우

- ✓  $X$  에 1 이 없는 경우와 마찬가지로  $2 \leq r_i$  인  $i$  는  $\lfloor \log K \rfloor$  개까지 존재할 수 있습니다.
- ✓  $x \geq 2$  에 대해서 DP 를 구하고 2 이상인 값 사이에 1 을 끼워넣는 경우를 추가로 계산하면 됩니다.
- ✓  $2 \leq r_i$  인  $i$  의 개수를  $n$  이라고 할 때 1 을 끼워넣을 수 있는 위치는  $n + 1$  개 존재합니다.
- ✓ 중복조합의 수를 사용해서 표현하면  $f(k) = \sum_{n=0}^{\lfloor \log K \rfloor} \binom{n+1}{N-n} dp[n][k]$  입니다.
- ✓ 이항계수를 전처리해놓았을 때 시간복잡도는 앞과 동일하게  $\mathcal{O}(K \log K \log K)$  입니다.

## H. 경우의 수

## 생성함수 풀이

✓ 다음과 같은 디리클레 생성함수를 생각해 봅시다.

✓ 
$$F(s) = \left( \sum_{i=1}^M x_i^{-s} \right)^N$$

✓ 이때  $f(k) = [k^{-s}] F(s)$  입니다.

✓  $\mathcal{O}(K \log K)$  에 디리클레 합성곱을 구할 수 있고  
 $\mathcal{O}(\log N)$  번의 합성곱 연산으로 거듭제곱을 구할 수 있습니다.

✓ 따라서  $\mathcal{O}(K \log K \log N)$  에 답을 구할 수 있습니다.

# I. 숲 속의 과학자

math, tree

출제진 의도 - Hard

- ✓ 제출 3번, 정답 0명 (정답률 0.000%)
- ✓ 처음 푼 사람: -, -분
- ✓ 출제자: 이현재<sup>leeh18</sup>

## I. 숲 속의 과학자

✓  $E = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{(N+1)^{i-H}}$  를 최소화하는 길이가  $N$  인 수열  $X$  를 찾는 문제입니다.

✓  $E = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{(N+1)^{i-H}} = (N+1)^{H-N} \sum_{i=1}^N x_i (N+1)^{N-i}$

✓  $\sum_{i=1}^N x_i (N+1)^{N-i}$  을  $(N+1)$  진법으로 표현하면  $\overline{x_1 x_2 \cdots x_N}$  입니다.

## I. 숲 속의 과학자

- ✓  $E = (N + 1)^{H-N} \overline{x_1 x_2 \cdots x_N}$
- ✓ 따라서  $H$ 가 최소인  $X$  중 사전순으로 가장 앞선  $X$ 가 정답입니다.

## I. 숲 속의 과학자

- ✓ 높이  $H \leq h$ 인  $X$  중 사전순으로 가장 앞선  $X$ 의 첫 번째 원소는  $\min(1, N - 2^h + 1)$ 입니다.
- ✓  $\min(1, N - 2^h + 1)$ 을  $x$ 라고 할 때  $x$ 보다 작은 수는  $x$ 의 왼쪽 서브트리  $x$ 보다 큰 수는  $x$ 의 오른쪽 서브트리로 들어갑니다.
- ✓ 서로 다른 서브트리에 들어가므로  $x$ 보다 작은 수와  $x$ 보다 큰 수는 독립적입니다.
- ✓ 항상  $x$ 보다 작은 수가  $x$ 보다 큰 수보다 앞에 올 수 있고 이것이 최적입니다.



## I. 숲 속의 과학자

- ✓ 이를 재귀적으로 구현하면 정답인  $X$ 의  $p$ 번째 원소를  $\mathcal{O}(h)$ 에 구할 수 있습니다.
- ✓ 정점이  $N$ 개인 이진 탐색 트리의 최소 높이는  $\lfloor \log N \rfloor$ 입니다.
- ✓ 따라서  $\mathcal{O}(M \log N)$ 에 답을 구할 수 있습니다.

## J. 송유관 I

segment\_tree, lazy\_propagation

출제진 의도 – **Challenging**

- ✓ 제출 15번, 정답 1명 (정답률 6.667%)
- ✓ 처음 푼 사람: **신정환**, 228분
- ✓ 출제자: 오해성<sup>deuslove1t</sup>

## J. 송유관 |

- ✓ 1번 쿼리가  $[1, X]$  구간이므로 레이지 세그에  $X$  지점에 대응시키고 2번 쿼리를  $[Y, N]$  구간에 업데이트 하는 식으로 문제를 접근해볼 수 있습니다.
- ✓ 구간 add, 구간 min, point update가 가능한 레이지 세그먼트 트리에서 1번 쿼리를  $X$  지점에 point update 후 2번 쿼리를  $[Y, N]$  구간에 뺀 후 min query가 0 이하가 된다면 그 지점을 정답으로 출력하면 됩니다.
- ✓ 서로 다른 1번 쿼리가 세그먼트 트리에서 동일한 부분을 차지할 수 있으므로 `priority_queue` 등을 사용해 한번에 하나씩만 세그먼트 트리에 두고 검출해내면 됩니다.

## K. 끝말잇기

probability, linear\_algebra

출제진 의도 - **Challenging**

- ✓ 제출 2번, 정답 0명 (정답률 0.000%)
- ✓ 처음 푼 사람: -, -분
- ✓ 출제자: 이현재<sup>leeh18</sup>

## K. 끝말잇기

- ✓ A부터 Z까지  $\sigma = 26$  개의 정점으로 이루어진 그래프를 생각합시다.
- ✓ 단어  $w$  는  $w$  의 첫 글자에서  $w$  의 마지막 글자로 향하는 간선으로 생각합니다.
- ✓ 어떤 정점  $u$  에서 어떤 정점  $v$  로 이동할 확률은  $\frac{u \text{에서 } v \text{로 향하는 간선의 개수}}{u \text{에서 나가는 간선의 개수}}$  입니다.

## K. 끝말잇기

- ✓ 어떤 정점에서 나가는 간선이 없을 경우 해당 정점에 도착하면 끝말잇기가 끝납니다.
- ✓ 나가는 간선이 없는 정점으로 이동할 수 없는 정점에 도착해도 끝말잇기가 끝납니다.
- ✓ 어떤 정점에서 나가는 간선이 없는 정점에 도달할 수 있는지는 나가는 간선이 없는 정점을 출발점으로 하여 간선을 뒤집은 그래프를 탐색하는 것으로 구할 수 있습니다.

## K. 끝말잇기

- ✓ 위의 정보로  $\alpha, \beta, \delta, \gamma$  각각에 대해 선형연립방정식을 세울 수 있고 이는 가우스소거법으로 해결할 수 있습니다.
- ✓  $\alpha, \beta$ 의 경우 단어를 말한 곰이 어떤 곰인지에 대한 정보도 포함되어야 하므로  $2\sigma$  개의 변수가 필요함에 유의합니다.
- ✓  $\alpha, \beta, \gamma$ 의 경우 각각을 모두 구해도 되고 두 개를 구하고 나머지는 여사건으로 계산할 수도 있습니다.
- ✓  $\mathcal{O}(N + \sigma^3)$  에 문제를 해결할 수 있습니다.

## L. 송유관 II

Ad-Hoc

출제진 의도 – **Challenging**

- ✓ 제출 2번, 정답 0명 (정답률 0.000%)
- ✓ 처음 푼 사람: -, -분
- ✓ 출제자: 오해성<sup>deuslove1t</sup>



### [Key idea 1] 구간의 분할

- ✓ 특정 구간  $(a, b)$  구간을 관리하려면 naive하게는  $(b - a + 1)$  개의 노드를 다 봐야하지만 세그먼트 트리에서 구간을 관찰하면  $\log$  개의 노드만 가지고 구간을 관리할 수 있습니다.
- ✓ point update에 대한 갱신은 리프노드에서 루트까지 올라가는 일직선에 갱신하고 구간의 덧셈은 전체 노드를 더하는 것이 아니라 세그먼트 트리에서 구간을 표현하는  $\log$  개의 노드에 대해서만 취하면 되기 때문입니다.
- ✓ 가장 최근 UCPC 대회에서도 소개되었던 아이디어인만큼 알아두면 좋은 아이디어입니다.

**[Key idea 2] 알람을 통한 온라인 쿼리 처리**

- ✓ point update가 온라인으로 발생할 때 다음과 같은 쿼리가 여러개 있다고 생각해봅시다.
- ✓  $K$  개의 지점에  $sum$ 이  $T$ 가 되는 시점이 언제일까요?
- ✓ naive하게는 point update가 발생한 지점에 대해 해당하는 쿼리가 있다면 갱신 후 직접 확인해주는 방법이 있지만,
- ✓ 그러한 쿼리가 여러개 존재한다면 매 point update마다 쿼리의 개수만큼에 시간이 소요될 수 있습니다.

## L. 송유관 II

- ✓ 따라서 point update가 될 때 쿼리를 확인하는 것이 아닌 쿼리가 관리하는  $K$  지점에 대해  $\left\lceil \frac{T}{K} \right\rceil$  만큼의 값이 차면 쿼리에 알려주는 알람을 설치합니다. 알람이 울리면 쿼리에서  $T$  값을  $T'$ 으로 갱신하고  $T'$ 에 대해 다시  $K$  지점에 알람을 설치하는 동작을 반복합니다.
- ✓ 이제 쿼리가  $T$  이상의 값을 가지는데 대한 확인은 적어도  $\left\lceil \frac{T}{K} \right\rceil$  만큼은 채워져 있을 때만 발생하고  $T$  값 이상을 넘었을 때 판단하지 못하는 경우는 없게 됩니다.
- ✓ 매번 알람이 갱신될 때  $T$  값이  $\left\lfloor \frac{K-1}{K} \right\rfloor$  배 되므로  $K$ 가 작다면 많지 않은 연산안에  $T$ 가 0이 될 것 입니다.

## 정리

- ✓ 문제에 대한 1번 쿼리 구간을 **idea 1**을 활용해서 세그먼트 트리의  $\log$  개의 노드로만 관리합니다.
- ✓  $N \leq 100\,000$ 이므로 최대 15개의 노드로 구간을 관리할 수 있게 됩니다.

## L. 송유관 II

- ✓ **idea 2**를 활용해 이 노드들에 알람을 설치합니다.
- ✓ 알람이 한 노드에 여러개 존재할 수 있으므로 내부적으로는 `priority_queue` 등의 자료구조를 활용해서 해결합니다.
- ✓ 하나의 1번 쿼리에 대해 최악의 경우 대략적으로 알람은  $15 \times \log_{\frac{15}{14}} 500000 \approx 2850$  개 설치되며 1번 쿼리가 20000개 이하이므로 총  $5 \times 10^7$  개의 알람을 관리함으로써 문제를 해결할 수 있습니다.